ФУНКЦИИ

1. Функции, их свойства.

Линейная функция и обратная пропорциональность

Функция – это такая зависимость переменной **y** от переменной **x**, при которой каждому значению переменной **x** соответствует единственное значение переменной **y**.

Переменная **x** называется независимой переменной или аргументом.

Переменная **y** называется **зависимой** переменной и говорят, что переменная **y** является функцией от переменной **x**.

Область определения функции – это все значения независимой переменной; **область значений функции** – это все значения, которые принимает зависимая переменная.

График функции – это множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты – соответствующим значениям функции.

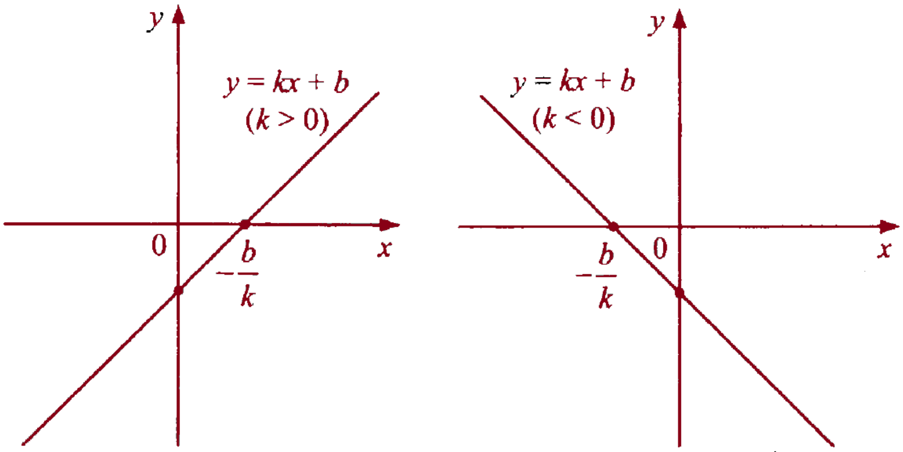
Нули функции – это значения аргумента, при которых функция обращается в нуль.

Функция называется **возрастающей** на некотором промежутке **I**, если для любых **x1, x2∈I** таких, что $x_1<x_2$, верно неравенство $f(x_1)<f(x_2)$.

Функция называется **убывающей** на некотором промежутке **I**, если для любых **x1, x2∈I** таких, что $x_1<x_2$, верно неравенство $f(x_1)>f(x_2)$.

Линейной функцией называется функция, заданная формулой вида **y=kx+b**, где **x** – аргумент, **k,b∈R**. График линейной функции – **прямая**.

Число **k** называется **угловым коэффициентом прямой**.



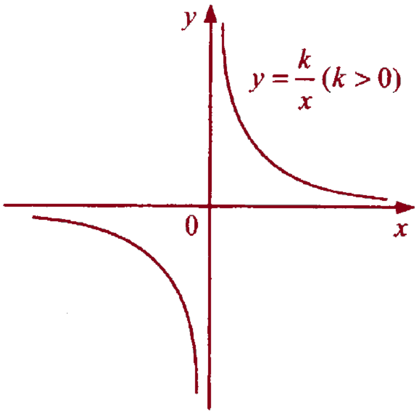
Нуль линейной функции: $x=-\frac{b}{k}$.

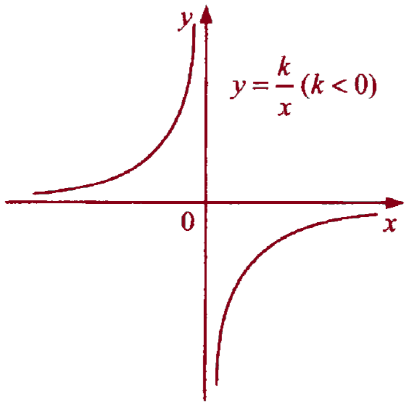
Если **k>0**, то **y>0** при $x>-\frac{b}{k}$ и **y<0** при $x<-\frac{b}{k}$; если **k<0**, то **y>0** при $x<-\frac{b}{k}$ и **y<0** при $x>-\frac{b}{k}$.

При **k>0** функция **y=kx+b** возрастает на **R**, при **k<0** – убывает на **R**.

Обратной пропорциональностью называется функция, заданная формулой $y=\frac{k}{x}$, где **x** – аргумент, **k∈R**, **k≠0**.

Область определения этой функции – **x≠0**.





У функции $y = \frac{k}{x}$ нет нулей.

При **k>0** **y>0** при **x>0** и **y<0** при **x<0**;

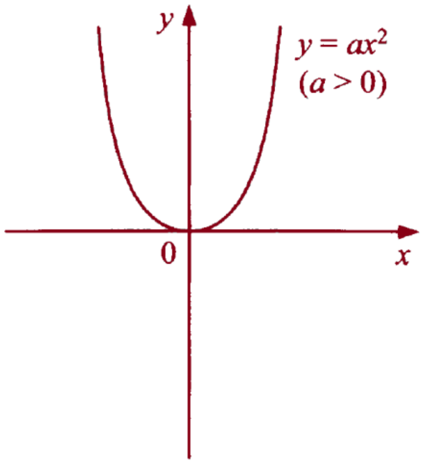
при **k<0** **y>0** при **x<0** и **y<0** при **x>0**.

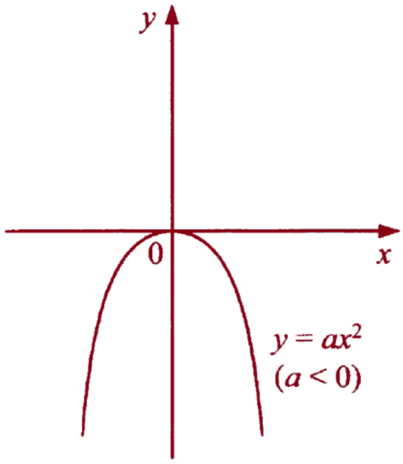
При **k>0** функция $y = \frac{k}{x}$ убывает на всей области определения, при **k<0** функция $y = \frac{k}{x}$ возрастает на всей области определения.

2. Квадратичная функция

Квадратичная функция – это функция, заданная формулой вида **y=ax2+bx+c**, где **x** – аргумент, **a,b,c∈R**, **a≠0**.

Рассмотрим функцию, заданную формулой **$y=ax^2$** (**a≠0**).





Свойства функции **$y=ax^2$**:

1) Если **x=0**, то **y=0**, то есть график функции проходит через начало координат.

2) Если **x≠0**, то **y>0** при **a>0** и **y<0** при **a<0**.

3) График функции симметричен относительно оси **y**.

4) При **a>0** функция убывает на промежутке **(—∞; 0]** и возрастает на промежутке **[0;+∞)**; при **a<0** функция возрастает на промежутке **(-∞;0]** и убывает на промежутке **[0;+∞)**.

5) При **a>0** **$y_{мин}=0$**, при **a<0** **$y_{макс}=0$**.

График функции **$y=ax^2+m$** получается из графика функции **$y=ax^2$** параллельным переносом вдоль оси **y** на **n** единиц вверх при **n>0** или на **(-n)** единиц вниз, если **n<0**.

График функции **$y=a(x–m)^2$** получается из графика функции **$y=ax^2$** параллельным переносом вдоль оси **x** на **m** единиц вправо при **m>0** или на **(-m)** единиц влево, если **m<0**.

Вершина параболы – это точка пересечения параболы с её осью симметрии.

Вершина параболы **$y=ax^2+bx+c$** имеет координаты $\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$.

3. Степенная функция

Функция $y = f(x)$ называется **чётной**, если область её определения симметрична относительно нуля и для любого значения аргумента x выполняется равенство $f(-x)=f(x)$. График любой чётной функции симметричен относительно оси y.

Функция $y=f(x)$ называется **нечётной**, если область её определения симметрична относительно нуля и для любого значения аргумента x выполняется равенство $f(-x)=-f(x)$. График любой нечётной функции симметричен относительно начала координат.

Степенной функцией с натуральным показателем называется функция, заданная формулой $y=x^n$, где x – аргумент, $n \in N$.

Свойства функции $y=x^n$ при чётном n($n=2k$, $k \in N$):

1) Если $x=0$, то $y=0$ (график функции проходит через начало координат).

2) Если $x \neq 0$, то $y>0$.

3) Функция является чётной.

4) Функция возрастает на промежутке $[0;+\infty)$ и убывает на промежутке $(-\infty; 0]$.

5) Область значений функции – $[0;+\infty)$.

Свойства функции $y=x^n$ при нечётном n($n=2k-1$, $k \in N$):

1) Если $x=0$, то $y=0$ (график функции проходит через начало координат).

2) Если $x>0$, то $y>0$; если $x<0$, то $y<0$.

3) Функция является нечётной.

4) Функция возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$.

5) Область значений функции – R.