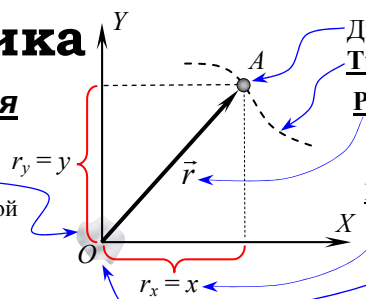


# I. Кинематика

## 1. Основные понятия

**Система отсчета** — совокупность тела отсчета, системы координат, связанной с телом отсчета, и часов, неподвижных относительно тела отсчета.



Движущаяся точка A

**Траектория** точки A — линия, по которой движется точка.

**Радиус-вектор** — вектор, описывающий расположение точки в пространстве. Это направленный отрезок, проведенный из начала координат в точку, положение которой он задает.

**Координата точки равна проекции радиус-вектора на координатную ось**

**Тело отсчета** — тело, относительно которого рассматривается движение других тел.

**Скорость точки**

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

если  $\vec{v} = \text{const}$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}'(t)$$

Перемещение точки за время  $\Delta t$

**Ускорение точки**

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

если  $\vec{a} = \text{const}$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v}'(t) = \vec{r}''(t)$$

Изменение скорости за время  $\Delta t$

$\Delta \vec{r}$  — **Перемещение точки** — изменение радиус-вектора (направленный отрезок, проведенный из начального положения точки в ее конечное положение).

$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

$s$  — **путь**, пройденный точкой — длина участка траектории между начальным положением (1) и конечным положением (2), если точка не проходит по одному участку траектории более одного раза (иначе путь находят как сумму путей на отдельных участках).

проекция вектора  $\Delta \vec{r}$  на ось OX

$\Delta r_x = \Delta x = x_2 - x_1$

**Проекция перемещения на координатную ось равна изменению координаты**

**Среднее ускорение**

$$\vec{a}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Изменение скорости за время  $\Delta t$

**Средний вектор скорости**

(средняя скорость перемещения)

$$\vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Вектор перемещения точки за время  $\Delta t$

**Средний модуль скорости**

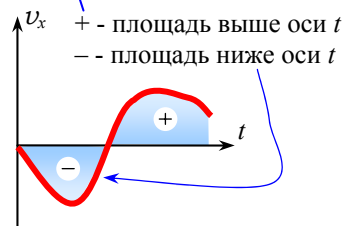
(средняя путевая скорость)

$$\bar{v} = \frac{s}{t}$$

Путь, пройденный за время  $t$

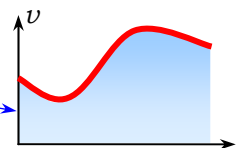
численно

$$\pm S_{\text{под граф } v_x(t)} = \Delta x$$



численно

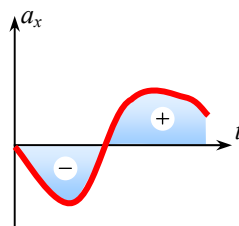
$$S_{\text{под граф } v(t)} = s$$



численно

$$\pm S_{\text{под граф } a_x(t)} = \Delta v_x$$

+ - площадь выше оси t  
- - площадь ниже оси t



## 2. Законы сложения скоростей и ускорений

$$\vec{v}_{m/\text{нсо}} = \vec{v}_{m/\text{псо}} + \vec{v}_{\text{псо}/\text{нсо}}$$

Скорость точки (т) относительно «неподвижной» системы отсчета (НСО) (**абсолютная скорость**)

Скорость точки (т) относительно «подвижной» системы отсчета (ПСО) (**относительная скорость**)

Скорость «подвижной» системы отсчета (ПСО) относительно «неподвижной» (НСО) (**переносная скорость**)

$$\vec{v}_{1/2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

Скорость первой точки относительно второй

Скорость первой точки (в «неподвижной» системе отсчета)

Скорость второй точки (в «неподвижной» системе отсчета)

Ускорение точки в «неподвижной» системе отсчета (НСО) (**абсолютное ускорение**)

$$\vec{a}_{m/\text{нсо}} = \vec{a}_{m/\text{псо}} + \vec{a}_{\text{псо}/\text{нсо}}$$

Если ПСО не вращается, движется поступательно относительно НСО

Ускорение «подвижной» системы отсчета (ПСО) относительно «неподвижной» (НСО) (**переносное ускорение**)

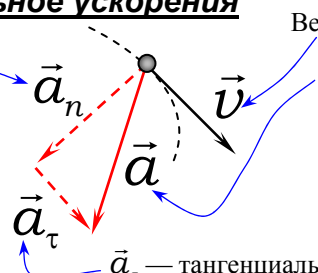
Ускорение точки в «подвижной» системе отсчета (ПСО)

## 3. Нормальное и тангенциальное ускорения

$\vec{a}_n$  — **нормальное ускорение** — составляющая полного ускорения, перпендикулярная вектору скорости. Это ускорение характеризует быстроту изменения направления вектора скорости.

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

Радиус кривизны траектории в той точке, где имеет место данное нормальное ускорение.



Вектор скорости точки

Вектор ускорения («полное ускорение») представляют как сумму двух векторов (**составляющих**), один из которых ( $\vec{a}_\tau$ ) параллелен скорости, а другой ( $\vec{a}_n$ ) перпендикулярен скорости:  $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$

$\vec{a}_\tau$  — **тангенциальное ускорение** — составляющая полного ускорения, параллельная вектору скорости. Это ускорение характеризует быстроту изменения модуля вектора скорости:

$$a_\tau = \left| \frac{dv}{dt} \right|$$

## 4. Типы движений

### 4.1. Равномерное движение

( $v = \text{const}$ ) — движение, при котором точка за любые равные промежутки времени проходит одинаковые пути (Вектор скорости не изменяется по модулю, но может меняться по направлению)

$$s = v \cdot t$$

Модуль скорости

Путь, пройденный точкой за время  $t$

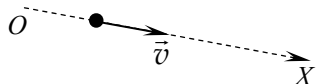
#### 4.1.1 Равномерное прямолинейное движение

( $\vec{v} = \text{const}$ )  
( $a = 0$ )

$$s = v \cdot t$$

$$x = x_0 + v_x \cdot t$$

— движение, при котором точка за любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения. (Вектор скорости не меняется ни по модулю, ни по направлению)



Проекция вектора скорости на координатную ось

Координата точки в начальный момент  $t = 0$

Координата точки в момент  $t$

#### 4.1.2 Равномерное движение по окружности

(**равномерное вращение**) — движение твердого тела, при котором любая его точка движется по окружности, причем, центры всех этих окружностей лежат на одной прямой перпендикулярной плоскости вращения, и за любые равные промежутки времени тело поворачивается на одинаковые углы.)

( $\omega = \text{const}$ )

$$s = v \cdot t$$

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Угол, на который тело поворачивается за время  $\Delta t$  (угол измеряется в радианах)

$\omega$  — **Угловая скорость** (измеряется в рад/с)

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$v = \omega \cdot R$$

$R$  — Радиус окружности, по которой движется точка

$T$  — **Период вращения** — время, за которое происходит один полный оборот.

$t$  — время, за которое происходит  $N$  оборотов

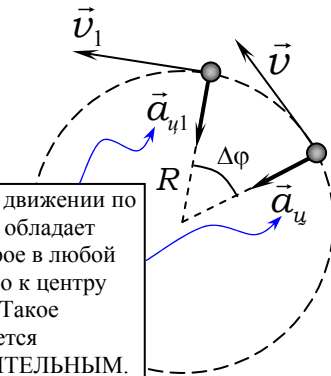
$$v = \frac{1}{T}$$

$$T = \frac{t}{N}$$

$\nu$  — **частота вращения** — число, оборотов, происходящих за единицу времени (за 1 секунду). Измеряется в герцах. 1 Гц = 1 оборот/с

При **равномерном** движении по окружности точка обладает **ускорением**, которое в любой момент направлено к центру этой окружности. Такое ускорение называется **ЦЕНТРОСТРЕМИТЕЛЬНЫМ**.

$$a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{R}$$



$v$  — скорость движения точки  
 $R$  — радиус окружности, по которой движется точка

### 4.2 Движение с постоянным ускорением

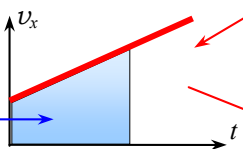
( $\vec{a} = \text{const}$ )

При  $\vec{a} = \text{const}$ :  $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

численно

$$\pm S_{\text{под граф}} = \Delta x$$

+ - площадь выше оси  $t$   
- - площадь ниже оси  $t$



$$\Delta\vec{r} = \frac{\vec{v} + \vec{v}_0}{2} t$$

$$2a\Delta r = v^2 - v_0^2$$

$$2a_x \cdot \Delta x = v_x^2 - v_{0x}^2$$

$$2a_y \cdot \Delta y = v_y^2 - v_{0y}^2$$

#### Форма траектории

при движении с постоянным ускорением:

**Прямолинейная траектория** ( $\vec{a}$  и  $\vec{v}$  параллельны)

#### 4.2.1 Равноускоренное движение $\vec{a} \uparrow \vec{v}$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$2a \cdot s = v^2 - v_0^2$$

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$s = \frac{v + v_0}{2} t$$

#### 4.2.2 Равнозамедленное движение $\vec{a} \updownarrow \vec{v}$

$$v = v_0 - a \cdot t$$

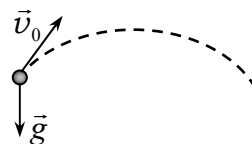
$$2a \cdot s = v_0^2 - v^2$$

$$s = v_0 t - \frac{at^2}{2}$$

$$s = \frac{v + v_0}{2} t$$

$$t \leq t_{\text{ост}} = v_0/a$$

**Параболическая траектория** ( $\vec{a}$  и  $\vec{v}$  не параллельны)



### 4.3 Гармоническое движение

(вдоль оси OX)

$x$  — координата колеблющегося тела (смещение от равновесного положения);  $\omega$  — **циклическая частота** колебаний,  $A$  — **амплитуда** колебаний (максимальное смещение)  $\varphi = \omega t + \varphi_0$  — **фаза** колебаний,  $\varphi_0$  — **начальная фаза**.

$$x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0), \quad v_x = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_0), \quad a_x = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$v_m = A \cdot \omega$$

максимальная скорость

$$a_m = A \cdot \omega^2$$

максимальное ускорение

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$a_x = -\omega^2 \cdot x$   
**период колебаний** (время одного полного колебания)