

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ**

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| - | 0 | , | 8 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

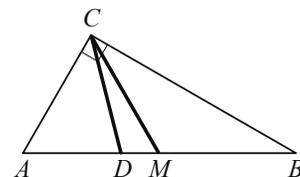
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

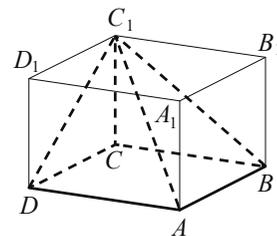
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 21° . Найдите величину угла между биссектрисой CD и медианой CM , проведёнными из вершины прямого угла C . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 2** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $BC = 9$, $CD = 3$, $CC_1 = 7$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, D, C_1 .



Ответ: _____.

- 3** Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Изумруд» играет два матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих матчах команда «Изумруд» начнёт игру с мячом не больше одного раза.

Ответ: _____.

- 4 В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится кофе, равна 0,1. Вероятность того, что кофе закончится во втором автомате, такая же. Вероятность того, что кофе закончится в двух автоматах, равна 0,05. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в двух автоматах.

Ответ: _____.

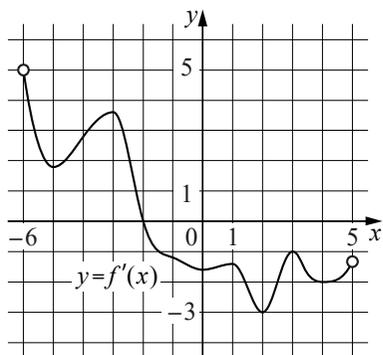
- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt{9x-47} = 4$.

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения $5\sqrt{2} \cos^2 \frac{7\pi}{8} - 5\sqrt{2} \sin^2 \frac{7\pi}{8}$.

Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 5)$. В какой точке отрезка $[-5; -2]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: _____.

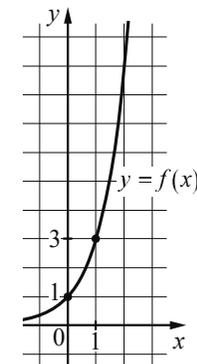
- 8 Водолазный колокол, содержащий $\nu=3$ моль воздуха при давлении $p_1=1,4$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 (в атмосферах). Работа A (в Дж), совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha = 10,9 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — постоянная, $T = 300 \text{ К}$ — температура воздуха. Найдите давление p_2 воздуха в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа 29 430 Дж. Ответ дайте в атмосферах.

Ответ: _____.

- 9 Катя и Настя, работая вместе, пропалывают грядку за 24 минуты, а одна Настя — за 42 минуты. За сколько минут пропалывает грядку одна Катя?

Ответ: _____.

- 10 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(3)$.



Ответ: _____.

- 11 Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 300x + 5$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12) а) Решите уравнение

$$\log_9(3^{2x} + 5\sqrt{2}\sin x - 6\cos^2 x - 2) = x.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

- 13) На рёбрах AC , AD , BD и BC тетраэдра $ABCD$ отмечены точки K , L , M и N соответственно, причём $AK:KC = 2:3$. Четырёхугольник $KLMN$ — квадрат со стороной 2.

- а) Докажите, что прямые AB и CD перпендикулярны.
б) Найдите расстояние от вершины B до плоскости KLM , если объём тетраэдра $ABCD$ равен 25.

- 14) Решите неравенство
$$\frac{8^{x+\frac{2}{3}} - 9 \cdot 4^{x+\frac{1}{2}} + 13 \cdot 2^x - 13}{4^{x+\frac{1}{2}} - 9 \cdot 2^x + 4} \leq 2^{x+1} - \frac{1}{2^x - 2} + \frac{3}{2^{x+1} - 1}.$$

- 15) В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:
— каждый январь долг увеличивается на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга.
Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года) и банку будет выплачено 375 000 рублей?

- 16) Две окружности касаются внутренним образом в точке A , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда BC большей окружности касается меньшей в точке P . Хорды AB и AC пересекают меньшую окружность в точках K и M соответственно.

- а) Докажите, что прямые KM и BC параллельны.
б) Пусть L — точка пересечения отрезков KM и AP . Найдите длину отрезка AL , если радиус большей окружности равен 34, а $BC = 32$.

- 17) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{7x-4} \cdot \ln(x^2 - 8x + 17 - a^2) = 0$$

имеет на отрезке $[0; 4]$ ровно один корень.

- 18) Деревянную линейку, длина которой выражается целым числом сантиметров, разрезают на куски. За один ход можно взять один или несколько кусков линейки, положить их друг на друга и разрезать каждый из них на две части, длины которых выражаются целым числом сантиметров.

- а) Можно ли за четыре хода разрезать линейку длиной 16 см на куски длиной 1 см?
б) Можно ли за пять ходов разрезать линейку длиной 100 см на куски длиной 1 см?
в) Какое наименьшее число ходов нужно сделать, чтобы разрезать линейку длиной 200 см на куски длиной 1 см?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.