

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

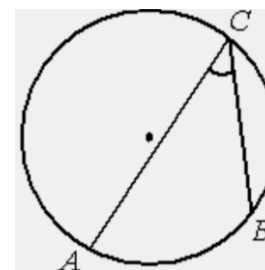
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

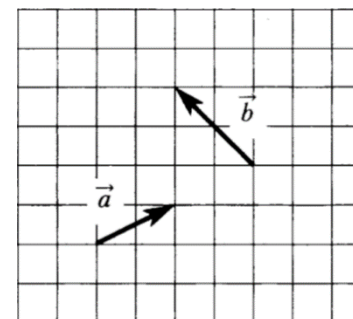
На окружности отмечены точки A , B и C . Дуга окружности AC , не содержащая точку B , составляет 200° . Дуга окружности BC , не содержащая точку A , составляет 80° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

2

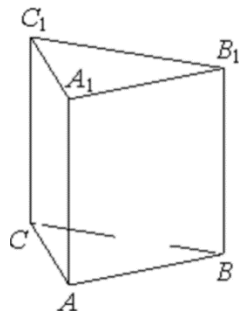
Найдите длину суммы векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, изображённых на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 .



Ответ: _____.



- 3 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины A , C , A_1 , B_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$. Площадь основания призмы равна 9, а боковое ребро равно 4.



Ответ: _____.

- 4 На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна 0,35. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Ответ: _____.

- 5 Игральную кость бросили два раза. Известно, что шесть очков не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма очков равна 8».

Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения

$$\sqrt{28 - 2x} = 2.$$

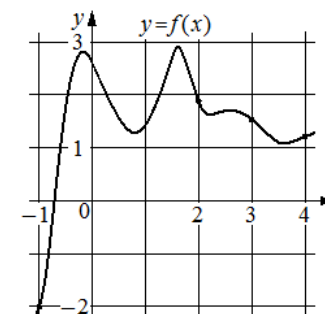
Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения

$$\log_2 240 - \log_2 3,75.$$

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки -1 , 2 , 3 , 4 . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: _____.

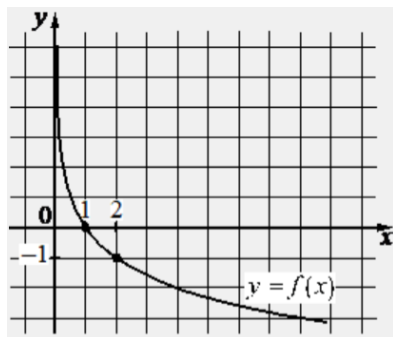
- 9 Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a (в км/ч²). Скорость v (в км/ч) вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l – пройденный автомобилем путь (в км). Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 1,1 км, приобрести скорость 110 км/ч. Ответ дайте в км/ч².

Ответ: _____.

- 10 Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 60 км, одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Известно, что за час мотоциклист проезжает на 50 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт B на 5 часов позже мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \log_a x$. Найдите значение $f(8)$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции

$$y = 9x - 9 \cdot \ln(x + 3) + 4.$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$\log_7(2\cos^2 x + 3\cos x - 1) = 0.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

- 14 Ребро куба $ABCA_1B_1C_1D_1$ равно 6. Точки K , L и M – центры граней $ABCD$, AA_1D_1D и CC_1D_1D соответственно.

- а) Докажите, что B_1KLM – правильная пирамида.
б) Найдите объём B_1KLM .

- 15 Решите неравенство

$$3^x - \frac{702}{3^x - 1} \geq 0.$$

- 16 15 января планируется взять кредит в банке на 14 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного погашения равнялась 1,3 млн рублей?



17 Биссектриса прямого угла прямоугольного треугольника ABC вторично пересекает окружность, описанную около этого треугольника, в точке L . Прямая, проходящая через точку L и середину N гипотенузы AB , пересекает катет BC в точке M .

- а) Докажите, что $\angle BML = \angle BAC$.
б) Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = 20$ и $CM = 3\sqrt{5}$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 + y^2 = a^2, \\ x^2 + y = |2a - 4| \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

19 В нескольких одинаковых бочках налито некоторое количество литров воды (необязательно одинаковое). За один раз можно перелить любое количество воды из одной бочки в другую.

- а) Пусть есть четыре бочки, в которых 29, 32, 40, 91 литров. Можно ли не более чем за четыре переливания уравнять количество воды в бочках?
б) Пусть есть семь бочек. Всегда ли можно уравнять количество воды во всех бочках не более чем за пять переливаний?
в) За какое наименьшее количество переливаний можно заведомо уравнять количество воды в 26 бочках?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.